Применение метода конечных элементов для определения погрешности приведения многослойных дорожных конструкций к двухслойным расчетным моделям при расчете нежестких дорожных одежд по критерию прочности

Лебедев Михаил Андреевич
ассистент, Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, marta2013apple@gmail.com,

Симонова Анна Сергеевна
старший преподаватель, Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ansi11@yandex.ru

В статье рассмотрен способ определения напряженно-деформированного состояния дорожной конструкции при расчете нежестких дорожных одежд на прочность методом конечных элементов. Расчетная модель верифицирована на примере стандартной методики расчета дорожных одежд с приведением многослойных дорожных конструкций к двухслойным системам. На примере расчета многослойной дорожной конструкции показана величина возникающих погрешностей при расчете дорожных одежд по стандартной методике.

Ключевые слова: дорожная конструкция, дорожная одежда, многослойное упругое полупространство, численное моделирование, метод конечных элементов, напряженно-деформированное состояние, верификация расчетной модели.

Расчет прочности дорожных одежд и грунта земляного полотна в отечественной нормативной документации основан на определении напряженно-деформированного состояния (НДС) многослойного линейно-упругого полупространства, деформируемого круговой площадкой с равномерно распределенным по ее поверхности давлением, равным давлению воздуха в шинах транспортного средства. Такой подход был разработан учеными в области механики дорожных одежд в XX веке и до сих пор служит основой для методик расчета прочности дорожных одежд в различных странах[1, 2]. В отечественной нормативной документации этот подход окончательно установлен в ВСН 46-72, а в более ранних инструкциях по проектированию применялись приближенные методики [3]. Однако сам алгоритм определения НДС многослойного полупространства при увеличении числа моделируемых слоев приводит к кратному росту вычислительной сложности аналитического алгоритма вычисления напряжений. Чтобы это увидеть, достаточно посмотреть на отличия в выражениях для двухслойной и трехслойной расчетной модели, приведенных в книге под редакцией Иванова Н.Н. «Конструирование и расчет нежестких дорожных одежд», а также сравнить их с выражениями для семислойного полупространства из ОДМ 218.3.1.005-2021[4, 5]. Вычислительная сложность системы из четырех и более слоев была недостижима массово при характерных для 1960-1970-х годов вычислительных машин, а вывод аналитических зависимостей не представлялся возможным. Поэтому для инженерных расчетов дорожных одежд универсальным и простым способом по всей стране были разработаны номограммы приведения многослойных конструкций к двухслойным и трехслойным моделям. При безусловных преимуществах этого подхода с точки зрения простоты и воспроизводимости в любых условиях без необходимости машинных вычислений, он все же имеет существенный недостаток в виде погрешности при определении напряжений в силу замены нескольких слоев одним эквивалентным слоем[6]. Эти погрешности могут приводить к недооценке или к переоценке возникающих напряжений в конструкции и повлечь назначение недостаточной или избыточной толщины дорожной одежды. Для оценки величины этой погрешности на примере расчета дорожной одежды в работе использован метод конечных элементов. Он реализуется намного проще полуаналитического метода, приведенного в ОДМ 218.3.1.005-2021, не имеет ограничения на число слоев, а также предоставляет возможность для дальнейшего усложнения расчетной модели, введения условий контакта с частичным трением на границах слоев и позволяет учитывать наличие прослоек из геосинтетических материалов.

В качестве примера дорожной одежды, для которой будет произведена оценка погрешностей вычислений, в работе использована конструкция дорожной одежды из Приложения Ж ГОСТ Р 71404-2024, расчетные параметры которой приведены в таблице 1[7].

Таблица 1
Расчетные характеристики материалов дорожной одежды

Материал слоя	h, см	E / ν (упругий прогиб)	E / ν (сдвиг, динамика)	E / ν (изгиб)	φ, градусы	c, МПа
SMA 16	5 (3)	3330/0,30	2115	4950	-	-
SP-22Э	8	4100/0,30	2550	6100	-	-
SP-32Э	11	3150/0,30	2000	5200	-	-
ЩПС, укрепленная цементом, М40	14	600/0,25	600/0,25	600/0,25	-	-
Щебень фракции 31,5 — 63 мм	28	350/0,25	350/0,25	350/0,25	-	-
Средний песок	21	120/0,25	120/0,25	120/0,25	26	0,002
Легкая крупная песчаная супесь	-	65/0,35	65/0,35	65/0,35	23	0,002

Расчет НДС методом конечных элементов произведен с использованием программного комплекса ANSYS Mechanical. Поскольку данная задача рассматривается в статической постановке, тип решаемой задачи в ANSYS выбран Static Structural. Сначала в модуль Engineering Data вносятся материалы дорожной конструкции и их упругие постоянные E и υ, а затем в модуле Design Modeler задается геометрия расчетной области. Поскольку методика расчета НДС многослойного полупространства, деформируемого круговым

штампом, является осесимметричной, это позволяет и при реализации расчета методом конечных элементов не моделировать трехмерный слоистый параллелепипед, а построить меридиональное сечение в виде прямоугольной области, что позволит колоссально оптимизировать вычислительную сложность задачи без ущерба точности (рис. 1).

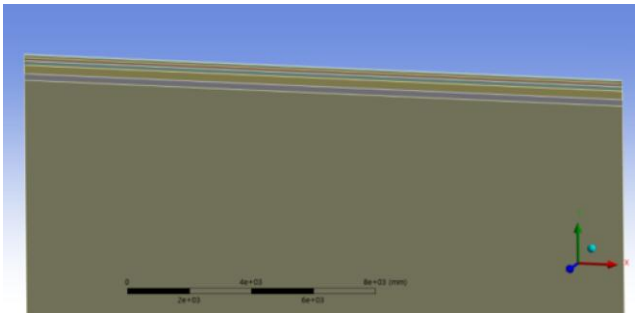
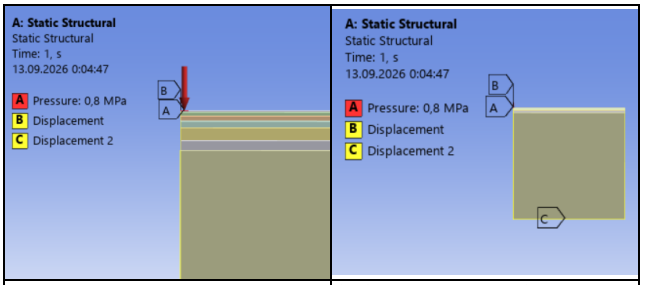


Рисунок 1 – Геометрическая модель расчетной области дорожной конструкции

Однако для этого в модели с уже построенной геометрией необходимо указать в свойствах геометрической расчетной области свойство Axysimmetric. Также, чтобы избежать искажения параметров НДС из-за ограниченных размеров расчетной области, её горизонтальный и вертикальный размер задан 20х20 м. Такое значение выбрано путем поверочных расчетов, подтверждающих, что при данном и большем размере области результаты вычислений практически не изменяются.

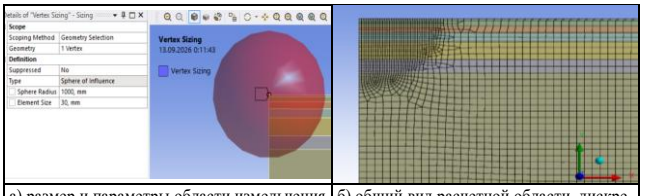
Когда геометрия модель конструкции уже построена, и каждому слою присвоен свой материал, задаются граничные условия и условия контакта между слоями. В стандартной методике предполагается гладкий контакт на границе пакета слоев асфальтобетона и нижележащим слоем основания и спаянный контакт на остальных границах слоев. Эти же условия должны быть заданы и в расчетной модели. Поскольку расчетная область моделируется в виде меридионального сечения, которое образует полупространство при вращении вокруг оси, на верхней грани задано давление, приложенное не к штампу, а к отрезку, равному по длине половине диаметра отпечатка колеса. Этот отрезок при вращении всей области вокруг оси образует круговой штамп с равномерно распределенным по его площади давлением. Границы расчетной области закреплены из условия нулевых перемещений в направлениях, перпендикулярных граням (рис.2).



а) приложение давления к поверхности | б) общий вид расчетной области с введенными граничными условиями

Рисунок 2 – Расчетная область модели дорожной конструкции с наложенными граничными условиями

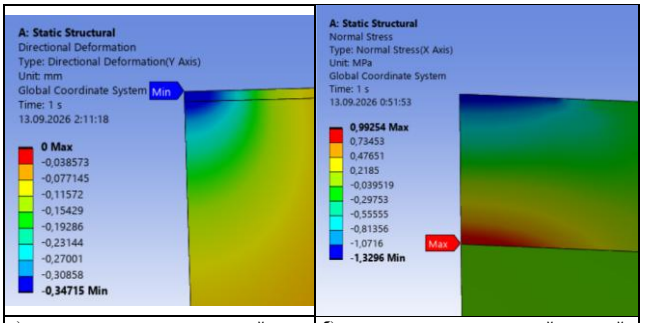
После расстановки граничных условий расчетная область разбивается на конечные элементы с определенным шагом. Величина шага влияет на точность аппроксимации решения. Учитывая значительные размеры расчетной области, в пределах толщин конструктивных слоев дорожной одежды и части земляного полотна введена область сгущения сетки, ячейки которой не должны быть меньше толщины самого тонкого слоя дорожной одежды. Таким образом, для области с измельченной сеткой шаг составляет 30 мм, а в пределах всей остальной области взят шаг 100 мм (рис. 3).



а) размер и параметры области измельчения сетки | б) общий вид расчетной области, дискретизированной сеткой конечных элементов

Рисунок 3 – Расчетная область модели дорожной конструкции с нанесенной сеткой конечных элементов

После задания параметров сетки можно запускать расчет. Однако, как и для любого численного алгоритма решения, для задачи МКЭ необходимо привести её верификацию на примере известного аналитического решения, чтобы подтвердить применимость модели. Для этого в рамках работы проведена серия расчетов с приведением расчетной области к двухслойной по аналогии с методикой расчета ГОСТ Р 71404-2024(рис. 4).



а) поле вертикальных перемещений двухслойной модели по критерию упругого прогиба | б) поле радиальных напряжений двухслойной системы по критерию растяжения при изгибе

Рисунок 4 – Результаты определения параметров НДС при верификации конечно-элементной модели по критериям упругого прогиба и растягивающих напряжений при изгибе

Для верификации по критерию упругого прогиба был взят последний шаг операции послойного приведения, на котором верхний слой покрытия, лежащий на однородном полупространстве уже приведенных слоев, приводится к итоговому однородному полупространству, обладающим общим модулем упругости конструкции. При определении модуля упругости на основе полученного значения перемещения поверхности покрытия использовалась формула Буссинеска-Шлейхера:

$$E_{общ} = \frac{PD_0(1-\nu_{ср}^2)}{S_{упр}},$$

где P – давление штампа нагружения, МПа,

D_0 – диаметр штампа, м;

$\upsilon_{ср}$ – средневзвешенный коэффициент Пуассона слоев конструкции;

$S_{упр}$ – вертикальное перемещение точки покрытия под штампом, м.

Для вычисленного значения упругого прогиба 0,34715 мм значение модуля упругости равно (рис. 4а):

$$E_{общ} = \frac{0,8 \cdot 0,345 \cdot (1-0,30068^2)}{0,00034715} = 722,81 \text{ МПа}$$

При верификации по критерию растягивающих напряжений по подошве пакета слоев асфальтобетона также моделировалось двухслойное полупространство со средневзвешенным значением модуля упругости для верхнего слоя и общим модулем упругости для нижележащего полупространства по аналогии с методикой из ГОСТ Р 71404-2024. Таким образом, наибольшее значение растягивающего напряжения по подошве верхнего слоя модели составило 0,99254 МПа (рис. 4б).

Для проверки модели по критерию сдвиговых напряжений в грунте земляного полотна двухслойное полупространство составлено из верхнего слоя, модуль упругости которого равен средневзвешенному модулю упругости слоев дорожной одежды, а подстилающее полупространство соответствует грунту земляного полотна (рис. 5).

Сразу напрямую получить активные напряжения сдвига при расчете не представляется возможным, поскольку они выражаются из компонент тензора напряжений в главных осях в точке по формуле:

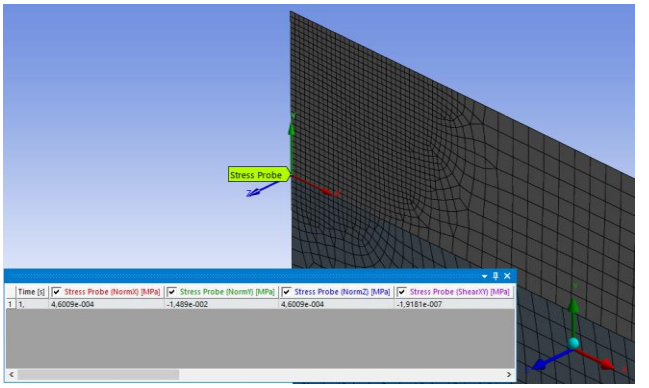


Рисунок 5 – Результаты определения параметров НДС при верификации конечно-элементной модели по критерию сдвиговых напряжений в грунте земляного полотна

$$T_{акт} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3)\sin\varphi}{2\cos\varphi}$$

где σ_1 и σ_3 – главные нормальные напряжения, МПа,

φ – угол внутреннего трения грунта земляного полотна, град.

В силу того, что рассматриваемая точка находится на оси симметрии задачи с осесимметричной постановкой, в этой точке нормальные компоненты тензора напряжений равны главным напряжениям. Это также подтверждается пренебрежимо малым значением сдвиговых напряжений в этой точке по результатам расчета (рис. 5). Учитывая тот факт, что правило знаков в ANSYS предполагает положительными растягивающие напряжения, а отрицательными сжимающие, инвертируем знаки нормальных напряжений по результатам расчета в соответствии с правилом знаков ОДМ 218.3.1.005-2021, и получим:

$$T_{акт} = \frac{(0,01489 - (-0,00046009)) - (0,01489 + (-0,00046009)) \cdot \sin(23^{\circ})}{2 \cdot \cos(23^{\circ})} = 0,005275 \text{ МПа}$$

В таблице 2 приведены результаты верификационных расчетов конечно-элементной модели и их сравнением с напряжениями в двухслойных системах по ГОСТ Р 71404-2024.

Таблица 2

Сравнение результатов расчета по стандартной методике с верификационными решениями МКЭ

Компонент НДС	Значение по методике расчета из ГОСТ Р 71404-2024	Значение при расчете с использованием МКЭ	Процент расхождения параметров
Величина модуля упругости, МПа	705,69	722,81	2,43%
Нормальное растягивающее напряжение на подошве пакета слоев асфальтобетона σ_r, МПа	-1,0007	-0,99254	0,82%
Активное напряжение сдвига на поверхности грунта земляного полотна $T_{акт}$, МПа	0,005310	0,005275	0,66%

Согласно результатам определения, приведенных в таблице, МКЭ модель, приведенная к двухслойному полупространству, с высокой точностью показывает напряжения в конструкции и может считаться верифицированной. Природу большего процента расхождения по критерию упругого прогиба можно объяснить следующим образом: параметр перемещения поверхности полупространства является интегральным, то есть на результат в самой верхней точке полупространства влияет глубина всей расчетной области. Поскольку размер расчетной области ограничен, а ее дальнейшее увеличение повлечет неоправданное увеличение вычислительной сложности, часть результата «отсекается» нижней границей модели. Локальные параметры НДС, такие, как радиальные напряжения в точке или значение активных напряжений сдвига соответствуют стандартной методике.

Когда расчетная модель верифицирована, можно перейти к результатам определения НДС в многослойной модели (рис. 6,7,8).

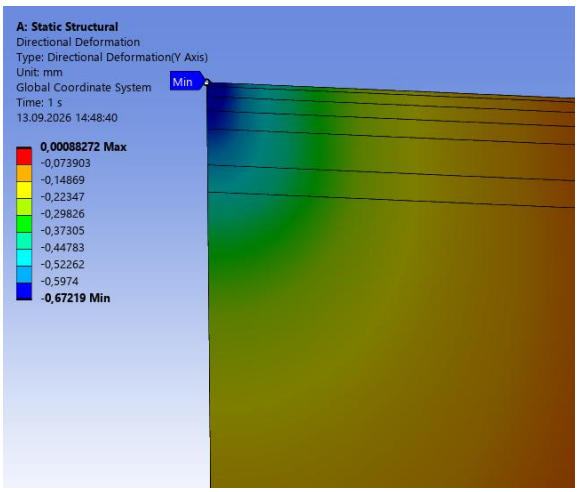


Рисунок 6 – Поле вертикальных перемещений многослойной модели по критерию упругого прогиба

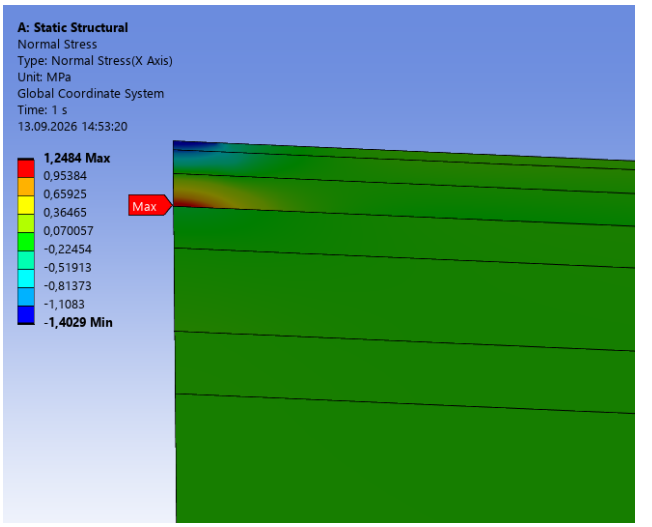


Рисунок 7 – Поле радиальных напряжений двухслойной системы по критерию растяжения при изгибе

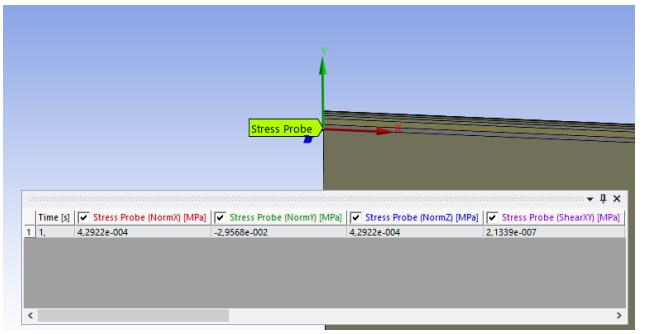


Рисунок 8 – Параметры тензора напряжений в точке многослойной модели по критерию сдвиговых напряжений в грунте земляного полотна

Контакт между пакетом слоев асфальтобетона и нижележащим слоем принимаем гладким, поскольку монолитный слой основания из ЩПС укреплен неорганическим вяжущим.

По аналогии с двухслойной моделью, находим общий модуль упругости многослойной модели по значению упругого прогиба, равного 0,67219 мм (рис. 6):

$$E_{общ} = \frac{0,8 \cdot 0,345 \cdot (1 - 0,300667^2)}{0,00067219} = 373,48 \text{ МПа}$$

Значение растягивающих напряжений на подошве пакета слоев асфальтобетона составило 1,2484 МПа (рис. 7).

Активные напряжения сдвига на поверхности земляного полотна исходя из полученных компонент тензора напряжений для многослойной модели с учетом инвертирования знаков равно (рис. 8):

$$T_{акт} = \frac{(0,029568 - (-0,00042922)) - (0,029568 + (-0,00042922)) \cdot \sin(23^{\circ})}{2 \cdot \cos(23^{\circ})} = 0,010110 \text{ МПа}$$

Результаты расчета с использованием многослойной МКЭ модели и их сравнение с упрощенной методикой двухслойных полупространств из ГОСТ Р 71404-2024 приведено в таблице 3.

Таблица 3

Сравнение результатов расчета по стандартной методике с решениями МКЭ

Компонент НДС	Значение по стандартной методике	Значение при расчете с использованием МКЭ	Процент расхождения параметров
Величина модуля упругости, МПа	705,69	373,48	47,08%
Нормальное растягивающее напряжение на подошве пакета слоев асфальтобетона σ_r, МПа	-1,0007	-1,2484	24,75%
Активное напряжение сдвига на поверхности грунта земляного полотна $T_{акт}$, МПа	0,005310	0,010110	90,40%

Результаты расчета показывают, что в данном случае стандартная методика с приведением дорожной конструкции к двухслойному полупространству показывает существенно более высокие значения прочностных характеристик дорожной конструкции в сравнении с результатами расчета с использованием многослойной модели. Об этом же эффекте и с точки зрения расчета по полуаналитической методике для семислойного полупространства свидетельствуют примеры из приложения Д ОДМ 218.3.1.005-2021. Существенные расхождения в значениях напряжений в двухслойных и многослойных расчетных моделях отмечены также в работах Б.С. Радовского и А.Е. Мерзликина.

Таким образом, существующая упрощенная стандартная методика расчета дорожных одежд, основывающаяся на приведении дорожной конструкции к двухслойному полупространству, имеет отклонение по значению модуля упругости 47,08%, растягивающему напряжению на подошве пакета слоев асфальтобетона 24,75%, напряжению сдвига на поверхности грунта земляного полотна 90,40 % при оценке возникающих в дорожной конструкции напряжений.

Литература

1. Burmister, D. M.. (1945). The General Theory of Stresses and Displacements in Layered Systems. I. Journal of Applied Physics, 16(2), 89–. doi:10.1063/1.1707558
2. Туроверов К.К. К вопросу исследования напряженного и деформированного состояния упругого слоистого полупространства. Научные труды Ленинградской ордена Ленина лесотехнической академии им. С.М. Кирова, 1962, N 94
3. ВСН 46-72. Инструкция по проектированию дорожных одежд нежесткого типа. Минтрансстрой СССР. М.: Транспорт, 1973
4. Иванов, Н.Н. Конструирование и расчет нежестких дорожных одежд - М.: Транспорт, 1973. - 328 с
5. ОДМ 218.3.1.005-2021. Проектирование нежестких дорожных одежд. Методические рекомендации по расчету параметров напряженно-деформированного состояния многослойных конструкций при воздействии колесных нагрузок. - М. : Росавтодор, 2021
6. Радовский, Б. С. Оценка погрешностей, возникающих при расчете нежестких дорожных одежд / Б. С. Радовский, А. Е. Мерзликин // Дороги и мосты. – 2016. – № 1(35). – С. 6. – EDN WPKFXQ
7. ГОСТ Р 71404-2024. Дороги автомобильные общего пользования. Нежесткие дорожные одежды. Правила проектирования. - М. : Российский институт стандартизации, 2024

Application of the Finite Element Method to Determine the Error in Reducing Multilayer Pavement Structures to Two-Layer Computational Models for the Strength-Based Design of Flexible Pavements

Lebedev M.A., Simonova A.S.
Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering

JEL classification: L61, L74, R53

The article examines a method for determining the stress-strain state of a road structure when calculating the structural strength of flexible pavements using the finite element method. The computational model is verified against the standard pavement design methodology, which involves reducing multilayer road structures to two-layer systems. A calculation example of a multilayer road structure demonstrates the magnitude of errors that arise when using the standard design methodology.

Keywords: road structure, pavement, multilayer elastic half-space, numerical modeling, finite element method, stress-strain state, computational model verification.

References

1. Burmister, D. M. (1945). The General Theory of Stresses and Displacements in Layered Systems. I. Journal of Applied Physics, 16(2), 89–. doi:10.1063/1.1707558
2. Turoverov, K. K. On the Investigation of the Stress and Strain State of an Elastic Layered Half-Space. Scientific Proceedings of the S. M. Kirov Leningrad Forestry Engineering Academy (Order of Lenin), 1962, No. 94.
3. VSN 46-72. Instructions for the Design of Flexible Pavements. Ministry of Transport Construction of the USSR. Moscow: Transport, 1973.
4. Ivanov, N. N. Design and Calculation of Flexible Pavements. Moscow: Transport, 1973. 328 p.
5. ODM 218.3.1.005-2021. Design of Flexible Pavements: Methodological Recommendations for Calculating the Stress-Strain State Parameters of Multilayer Structures Under Wheel Loads. Moscow: Rosavtodor, 2021.
6. Radovsky, B. S., & Merzlikin, A. E. Assessment of Errors Arising in the Calculation of Flexible Pavements. Roads and Bridges, 2016, No. 1(35), p. 6. EDN: WPKFXQ
7. GOST R 71404-2024. Public Highways: Flexible Pavements – Design Rules. - Moscow: Russian Institute for Standardization, 2024