# Сравнительный анализ вариантов аппроксимации диаграммы деформирования при расчёте трещиностойкости сталефиброжелезобетонных изгибаемых элементов

**Голубева Анастасия Максимовна**
магистрант, кафедра железобетонных и каменных конструкций, Санкт–Петербургский государственный архитектурно–строительный университет (СПБГАСУ), a.nastya1608@mail.ru,

**Хегай Татьяна Сергеевна**
кандидат технических наук, доцент, кафедра железобетонных и каменных конструкций, Санкт–Петербургский государственный архитектурно–строительный университет (СПБГАСУ), ts_khegai@mail.ru

В статье рассматривается методика расчёта трещиностойкости изгибаемых элементов из сталефиброжелезобетона – композитного материала, сочетающего бетонную матрицу, стержневую арматуру и стальные фибры. Предложена расчётная модель, реализованная в табличном процессоре Excel на основе нелинейной деформационной модели со слоистой дискретизацией сечения. Для этой модели выполнено сравнение четырёх вариантов аппроксимации диаграммы деформирования фибробетона при растяжении: нормативной трёхлинейной по СП°360.1325800.2017, уточнённой трёхлинейной, шестилинейной и восьмилинейной, построенных на основе экспериментальных данных, полученных в лаборатории СПбГАСУ. Результаты сопоставлены с классическим расчётом по методу предельных усилий и с экспериментальными данными. Установлено, что варианты 2–4 дают близкие значения по предельному моменту и прогибам, а наиболее чувствительными параметрами являются момент трещинообразования и ширина раскрытия трещин. Шестилинейная диаграмма рекомендуется для внедрения в инженерную практику, так как обеспечивает оптимальное сочетание точности и простоты выполнения.
**Ключевые слова**: сталефиброжелезобетон, трещиностойкость, нелинейная деформационная модель, диаграмма растяжения, изгибаемые элементы, фибровое армирование.

**Введение**

Традиционный железобетон, являясь основным строительным материалом, обладает рядом ограничений, главным из которых является низкая трещиностойкость и склонность к хрупкому разрушению при растяжении. Одним из эффективных путей преодоления этих недостатков является дисперсное армирование бетонной матрицы стальными волокнами [1]. Наибольшее распространение получила анкерная стальная фибра с отогнутыми концами, обеспечивающая надёжное механическое зацепление с матрицей и высокую остаточную прочность после образования трещин [4].

Сталефиброжелезобетон (СФБЖБ) – это композитный материал, сочетающий три компонента: бетонную матрицу, стержневую арматуру и стальные фибры. Такое сочетание позволяет получить материал с качественно новыми свойствами: повышенной трещиностойкостью, вязкостью разрушения и способностью воспринимать нагрузки после образования трещин [1, 4, 7]. Фибры, пересекающие устье трещины, «зашивают» её, препятствуя раскрытию и перераспределяя напряжения на бетонную матрицу.

Расчёт конструкций из сталефиброжелезобетона по трещиностойкости может выполняться двумя способами: по упрощённому методу предельных усилий (МПУ) и на основе нелинейной деформационной модели (НДМ). В СП°360.1325800.2017 предусмотрена возможность использования НДМ, однако диаграммы деформирования растянутой зоны носят обобщённый характер и не учитывают в явном виде конкретные параметры фибры (длина, диаметр, форма анкеровки, процент армирования) и класс бетона–матрицы. Большинство экспериментальных данных, положенных в основу норм, получено для ограниченного набора типов фибры [6].

При расчёте трещиностойкости по НДМ ключевым является выбор диаграммы деформирования фибробетона при растяжении. Нормативная диаграмма не отражает реальную работу анкерной фибры в бетонах классов В20–В30 при процентах армирования 0,5–2,0% [2, 3]. В связи с этим возникает неопределённость при выборе деформационной модели, что и определяет актуальность настоящего исследования. Работа посвящена сравнению четырёх вариантов аппроксимации диаграммы деформирования фибробетона при растяжении и выбору оптимального из них для инженерной практики. Зарубежные исследования также подтверждают необходимость учёта реальной диаграммы растяжения фибробетона.

**Цель и задачи**

Цель работы – разработать и верифицировать методику расчёта трещиностойкости изгибаемых элементов из сталефиброжелезобетона, учитывающую физическую нелинейность композитного материала и конкретные параметры фибрового армирования.

**Задачи исследования:**

Систематизировать параметры полных диаграмм деформирования фибробетона при растяжении для классов бетона В20–В30 и процентов армирования 0,5–2,0 % на основе экспериментальных данных, полученных в лаборатории СПбГАСУ.

Разработать методику расчёта трещиностойкости на основе НДМ со слоистой дискретизацией сечения и реализовать её в табличном процессоре Excel для четырёх вариантов аппроксимации диаграммы растяжения.

Выполнить верификацию разработанной методики путём сопоставления результатов расчёта с экспериментальными данными.

На данный момент разработана и реализована в табличном процессоре Excel слоистая деформационная модель, позволяющая выполнять расчёт по НДМ для четырёх вариантов аппроксимации диаграммы растяжения. Расчёт включает определение момента трещинообразования, ширины раскрытия трещин, прогибов и предельного момента. Выполнено сопоставление результатов расчёта по НДМ с классическим расчётом по МПУ и с экспериментальными данными.

Объект исследования – изгибаемые сталефиброжелезобетонные элементы (балки) прямоугольного сечения.

**Исходные данные расчета**

Характеристики рассматриваемого элемента

Расчёт выполнялся для балки прямоугольного сечения 100×220 мм с пролётом 1500 мм, загруженной по четырёхточечной схеме (зона чистого изгиба 500 мм). Армирование: 2 стержня диаметром 10 мм класса А400 ($A_s$ = 157 мм²), защитный слой (до нижней грани стержня) 15 мм, рабочая высота сечения $h_0$°=°220 – 15 – 10 / 2 = 200 мм (геометрия образца SFC [12]). Бетон–матрица – класс В30, объёмное содержание анкерной стальной фибры $\mu_f$= 1,0 %.

Диаграммы деформирования сталефибробетона

Данные для построения диаграмм деформирования сталефибробетона при сжатии и растяжении были взяты по результатам испытаний, проведенных в лаборатории СПбГАСУ.

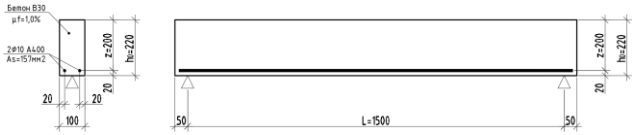



*Рисунок 1 – Рассматриваемый СФБЖБ элемент (балка)*

Для всех вариантов расчёта диаграмма зависимости деформаций от напряжений сталефибробетона при осевом сжатии принималась трёхлинейная по СП°360.1325800.2017.

Диаграмма деформирования сталефибробетона при осевом растяжении рассматривалась в четырех вариантах:

Вариант 1 – трёхлинейная нормативная диаграмма по СП°360.1325800.2017;

Вариант 2 – трёхлинейная диаграмма на основе экспериментальных данных;

Вариант 3 – шестилинейная диаграмма на основе экспериментальных данных;

Вариант 4 – восьмилинейная диаграмма на основе экспериментальных данных.

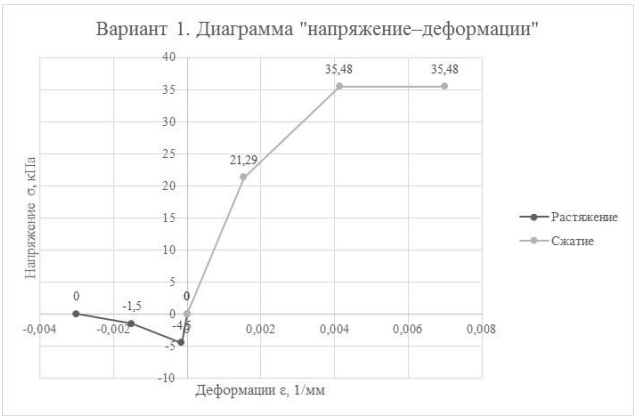



*Рисунок 2 – Вариант 1. Диаграмма «напряжение–деформации»*

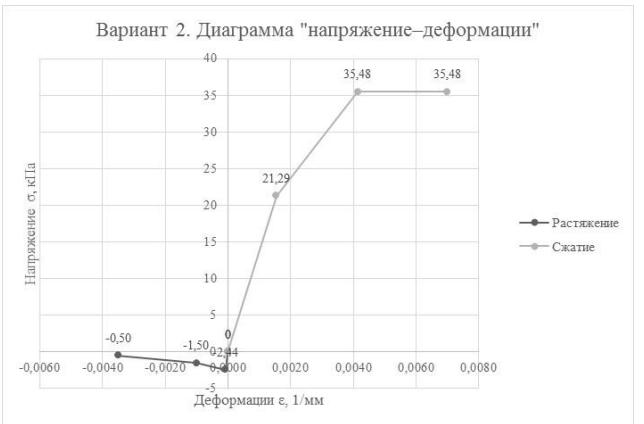



*Рисунок 3 – Вариант 2. Диаграмма «напряжение–деформации»*

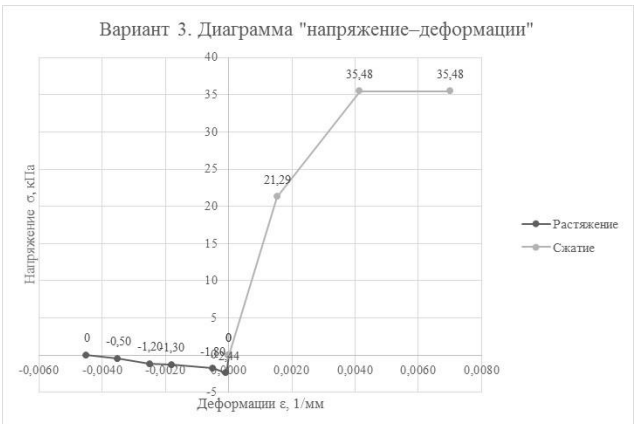



*Рисунок 4 – Вариант 3. Диаграмма «напряжение–деформации»*

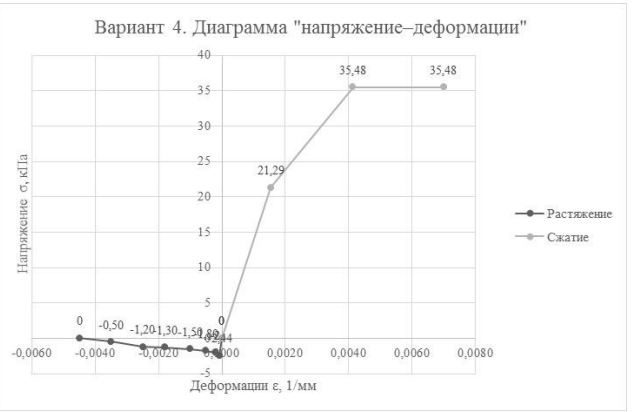



*Рисунок 5 – Вариант 4. Диаграмма «напряжение–деформации»*

На рисунках 2–5 представлены рассматриваемые варианты диаграмм деформирования сталефибробетона при сжатии и растяжении. Из характера кривых видно, что нормативная диаграмма (вариант 1) имеет существенно завышенную пиковую прочность (4,5 МПа) по сравнению с экспериментальными данными (2,44 МПа), что приводит к завышению расчётных характеристик. Остальные три варианта построены на единой экспериментальной базе и различаются только степенью аппроксимации.

**Расчёт по методу предельных усилий**

На первом этапе был выполнен классический расчёт по методу предельных усилий (МПУ) в соответствии с СП°63.13330.2018 и СП°360.1325800.2017. Исходные данные: $b$ = 100 мм, $h$ = 220 мм, $a$ = 15 мм, $h_0$°=°200 мм, $A_s$ = 157 мм², $R_{fb}$ = 35,48 МПа, $R_s$ = 400 МПа, $E_s$ = 200 000 МПа, $\varepsilon_{fb,ult}$ = 0,0035, $L$ = 1500 мм.

Алгоритм расчёта:

Высота сжатой зоны:

$x = (R_s \times A_s) / (R_b \times b) = (400 \times 157) / (35{,}48 \times 100) = 17{,}70$ мм.

Граничная высота сжатой зоны:

$\xi_R = 0{,}8 / (1 + R_s / (E_s \times \varepsilon_{b,ult})) = 0{,}509$; $x_R = 101{,}81$ мм. Условие $x \le x_R$ выполняется.

Предельный момент:

$M_{ult} = R_s \times A_s \times (h_0 - 0{,}5x) = 400 \times 157 \times (200 - 0{,}5 \times 17{,}70) = 12{,}00$ кН·м.

Момент трещинообразования:

$M_{crc} = R_{fbt} \times W_{pl} = 4{,}5 \times (100 \times 220^2 / 3{,}5) = 6{,}22$ кН·м.

Ширина раскрытия трещин:

поскольку $M_{service} = 0{,}4 \times M_{ult} = 4{,}80$ кН·м < $M_{crc} = 6{,}22$ кН·м, трещины не образуются, $a_{crc} = 0$.

Прогиб при предельном моменте: $f$ = 3,48 мм.

Таким образом, по МПУ получены следующие результаты: $M_{crc}$°=°6,22°кН·м, $M_{ult}$ = 12,00 кН·м, $a_{crc}$ = 0 мм, $f$ = 3,48 мм.

**Расчёт по нелинейной деформационной модели**

Расчёт по НДМ выполнялся в табличном процессоре Excel с использованием решателя Solver [5, 7].

Алгоритм расчёта включал следующие шаги:

Задание начальных параметров деформирования (кривизна, высота сжатой зоны).

Вычисление деформаций в каждом из 20 слоёв по гипотезе плоских сечений.

Определение напряжений по диаграммам деформирования (для сжатой зоны – трёхлинейная диаграмма по СП°360.1325800.2017, для растянутой – один из четырёх вариантов).

Вычисление внутренних усилий суммированием по слоям.

Проверка равновесия и коррекция высоты сжатой зоны методом Ньютона–Рафсона.

Определение момента трещинообразования, ширины раскрытия трещин, прогибов и предельного момента.

Для обеспечения сходимости итерационного процесса начальное значение кривизны определялось по упругому расчёту приведённого сечения:

$$\chi_0 = \frac{M_0}{E_b \cdot I_{red}} \quad (1),$$

где $M_0$ – начальный изгибающий момент (принимается ориентировочно как 0,6 от ожидаемого предельного момента), $E_b$ – начальный модуль упругости бетона, $I_{red}$ – приведённый момент инерции сечения с учётом арматуры.

Сечение разбивалось по высоте на $n$ элементарных слоёв толщиной $\Delta y$ (в настоящей работе $n$ = 20, $\Delta y$ = 11 мм). Для заданной максимальной деформации сжатого волокна $\varepsilon_{c,max}$ и текущей высоты сжатой зоны $x$ деформация в $i$–м слое, расположенном на расстоянии $y_i$ от верхней грани, вычислялось по гипотезе плоских сечений:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{c,max} \cdot \frac{y_i - (h - x)}{x} \quad (2).$$

Деформация в стержневой арматуре:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{c,max} \cdot \frac{x - a}{x} (3),$$

где $a$ – защитный слой.

По деформациям с использованием заданных диаграмм определялись напряжения: для сжатых слоёв – $\sigma_{c,i} = f_c(\varepsilon_i)$, для растянутых – $\sigma_{ft,i} = f_{ft}(\varepsilon_i)$ для арматуры – $\sigma_s = f_s(\varepsilon_s)$. Внутреннее продольное усилие вычислялись суммированием по всем слоям и арматуре:

$N_{int} = \sum_{i=1}^{n} \sigma_{c,i} \cdot b \cdot \Delta y + \sigma_s \cdot A_s$(4).

Равновесное положение нейтральной оси ($x$) находилось итерационно из условия $N_{int} \approx 0$ (методом Ньютона–Рафсона). После достижения равновесия изгибающий момент внутренних сил относительно центра тяжести растянутой арматуры вычислялся как:

$M_{int} = \sum_{i=1}^{n} \sigma_{c,i} \cdot b \cdot \Delta y \cdot (h_0 - y_i) + \sigma_s \cdot A_s \cdot 0$(5).

Путём последовательного увеличения $\varepsilon_{c,max}$ строилась полная диаграмма «изгибающий момент–кривизна», фиксировались характерные точки, позволяющие определить искомые параметры: момент трещинообразования, предельный момент, ширина раскрытия трещин.

**Результаты расчёта и верификация**

Сравнение МПУ и НДМ

Сравнительная таблица результатов расчёта по МПУ и НДМ для четырёх вариантов диаграмм представлена в таблице 1.

*Таблица 1*

*Сравнение результатов расчёта по МПУ и НДМ*

| Параметр | МПУ | НДМ (Вар.1) | НДМ (Вар.2) | НДМ (Вар.3) | НДМ (Вар.4) |
|---|---|---|---|---|---|
| $M_{crc}$, кН·м | 6,22 | 5,15 | 3,18 | 3,17 | 3,11 |
| $M_{ult}$, кН·м | 12,00 | 9,65 | 8,57 | 8,59 | 8,51 |
| $a_{crc}$ при 0,4$M_{ult}$, мм | 0 | 0,0017 | 0,0021 | 0,0018 | 0,0021 |
| $f$ при $M_{ult}$, мм | 3,48 | 9,14 | 8,29 | 8,31 | 8,13 |

По результатам расчёта получили, что МПУ даёт завышенные значения предельного момента (12,00 кН·м) по сравнению с НДМ (8,51–9,65 кН·м), а также существенно завышенное значение момента трещинообразования (6,22°кН·м против 3,11–5,15 кН·м). Это объясняется тем, что МПУ не учитывает нелинейный характер деформирования, а также перераспределение усилий между слоями сечения. НДМ, напротив, учитывает реальные диаграммы деформирования и позволяет получить более точные значения [2, 5].

Следует также отметить, что прогибы по МПУ (3,48 мм) существенно ниже прогибов по НДМ (8,13–9,14 мм), что связано с использованием упрощённой формулы для прогиба в МПУ без учёта нелинейного деформирования и трещинообразования. Этот результат подтверждает, что классический метод предельных усилий применим только для оценки прочности, но не для оценки деформативности и трещиностойкости конструкций из сталефиброжелезобетона.

Сравнение результатов расчёта по четырём вариантам диаграмм

Результаты расчёта по НДМ для четырёх вариантов диаграмм растяжения представлены в таблице 2.

*Таблица 2*

*Результаты расчёта по НДМ для четырёх вариантов диаграмм*

| Вариант | Диаграмма | $M_{crc}$, кН·м | $M_{ult}$, кН·м | $a_{crc}$ при 0,4$M_{ult}$, мм | $f$ при $M_{ult}$, мм |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | СП°360.1325800.2017 (трёхлинейная) | 5,15 | 9,65 | 0,0017 | 9,14 |
| 2 | трёхлинейная | 3,18 | 8,57 | 0,0021 | 8,29 |
| 3 | шестилинейная | 3,17 | 8,59 | 0,0018 | 8,31 |
| 4 | восьмилинейная | 3,11 | 8,51 | 0,0021 | 8,13 |

Как видно из таблицы 2 для вариантов 2–4 момент трещинообразования находится в пределах 3,11–3,18 кН·м. Нормативная диаграмма СП°360.1325800.2017 (вариант 1) даёт заметно большее значение $M_{crc}$ = 5,15 кН·м. Причиной является завышенная пиковая прочность фибробетона на растяжение (4,5 МПа вместо 2,44 МПа, полученных для анкерной фибры в лаборатории).

В нелинейной деформационной модели растянутые слои непосредственно участвуют в формировании внутреннего момента, поэтому завышение $\sigma_t$ приводит к завышению $M_{crc}$. По той же причине вариант 1 показывает и наибольший предельный момент – 9,65 кН·м, тогда как у вариантов 2–4 $M_{ult}$ составляет 8,51–8,59 кН·м. Ширина раскрытия трещин при 0,4$M_{ult}$ у вариантов 2–4 составляет 0,0018–0,0021 мм, а прогибы при предельной нагрузке составили 8,13–8,31 мм.

На рисунке 6 сопоставлены графики «изгибающий момент–кривизна» для четырёх вариантов. До образования трещин все четыре варианта практически совпадают, поскольку жёсткость определяется начальным модулем упругости, одинаковым для всех диаграмм. После образования трещин вариант 1 (СП°360.1325800.2017) даёт заметно более высокую кривую из-за завышенной остаточной прочности. Варианты 2–4 образуют компактную группу практически совпадающих кривых, что свидетельствует о слабой чувствительности интегральных параметров ($M_{ult}$, $f$) к деталям аппроксимации нисходящей ветви. Наиболее чувствительными к типу диаграммы оказываются момент трещинообразования $M_{crc}$ и ширина раскрытия трещин $a_{crc}$.

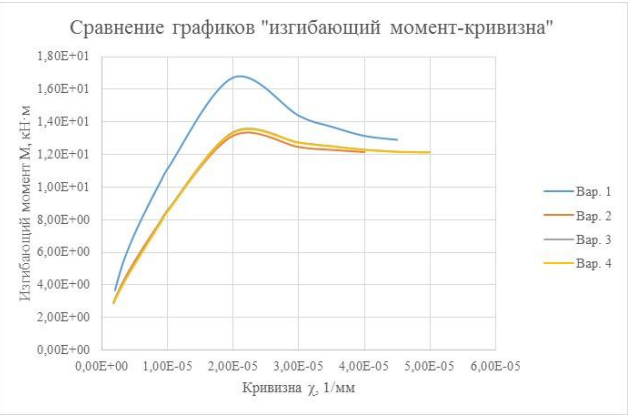



*Рисунок 6 – Сравнение графиков «изгибающий момент–кривизна»*

Верификация по экспериментальным данным

Верификация разработанной методики выполнялась путём сопоставления результатов расчета по НДМ с экспериментальными данными, представленными в исследованиях Nawar M.T. и соавторов [12].

Образец SFC (табл. 1 [12]), выбранный для верификации, представляет собой балку прямоугольного сечения размерами 100×220 мм с пролётом 1500 мм, загруженную по четырёхточечной схеме (зона чистого изгиба 500 мм). Бетон-матрица имеет прочность на сжатие $R_{fb}$ = 47,2 МПа, модуль упругости $E_{fb}$°=°22845 МПа, прочность на растяжение при раскалывании $f_{ct,sp}$ = 6,65 МПа. Армирование: 2 стержня диаметром 10 мм класса А400 ($A_s$ = 157 мм²), защитный слой $a$ = 15 мм, рабочая высота $h_0$ = 200 мм. Объёмное содержание стальной фибры с анкерными концами составляет $\mu_f$ = 1,0 %

Сравнение расчётных и экспериментальных значений по данным Nawar M.T. и соавторов [12] представлено в таблице 3.

*Таблица 3*

*Сравнение расчётных и экспериментальных значений*

| Параметр | [12] (образец SFC, $\mu_f$ = 1,0 %) | Расчёт по НДМ | Отклонение, % |
|---|---|---|---|
| $M_{crc}$, кН·м | 7,36 | 9,93 | +34,9 |
| $M_{ult}$, кН·м | 20,25 | 18,51 | -8,6 |
| $\varepsilon_{c,max}$ | 0,0009 | 0,0012 | +33,3 |
| $f$ при $M_{ult}$, мм | 12,9 | 15,85 | +22,9 |

Примечания: 1)Моменты $M_{ult}$ для [12] получены пересчётом разрушающей нагрузки по формуле M = P×L/6 для четырёхточечной схемы; $M_{crc}$ получен пересчётом по формулам СП°360.1325800.2017: $M_{crc} = R_{fbt} \times W_{pl} = 0{,}8 \times f_{ct,sp} \times W_{pl}$ = = 0,8×6,65×(100×220² /3,5) ≈ 7,36 кН·м. 2) В расчете по НДМ была принята трехлинейная диаграмма деформирования сталефибробетона при сжатии и растяжении в соответствии с нормами.

Из таблицы 3 видно, что расчётное значение $M_{crc}$ превышает экспериментальное на 34,9%, а расчётное значение $M_{ult}$ ниже экспериментального на 8,6%. Отклонение по максимальной деформации сжатия составляет 33,3%, по прогибу – 22,9%. Ширина раскрытия трещин в эксперименте не приведена, поэтому сравнение по этому параметру не выполнялось.

Наиболее вероятными причинами расхождений являются идеализация диаграмм деформирования (кусочно-линейная аппроксимация вместо реальных нелинейных зависимостей), погрешность инженерных методов определения $M_{crc}$ по формулам СП°360.1325800.2017 и расчётного $M_{ult}$ по выбранному критерию, статистический разброс свойств сталефибробетона из-за неравномерного распределения фибры, а также отличие условий нагружения и граничных условий в эксперименте от идеализированной расчётной схемы.

Несмотря на указанные отклонения, качественное согласие по характеру диаграмм «момент–кривизна» и порядку величин подтверждает работоспособность предложенной методики.

**Обсуждение**

Анализ диаграмм «изгибающий момент–кривизна» показывает, что на начальном участке, до образования трещин, все четыре варианта диаграмм растяжения дают практически одинаковые значения жёсткости, поскольку работа бетона на растяжение до трещинообразования определяется преимущественно его начальным модулем упругости, который для всех вариантов принят одинаковым [3, 4, 9]. После образования трещин характер деформирования существенно различается только для нормативного варианта 1 (СП°360.1325800.2017). Из-за завышенной пиковой прочности на растяжение (4,5 МПа вместо 2,44 МПа по экспериментальным данным) он демонстрирует заметно более высокую остаточную жёсткость и, как следствие, завышенные значения момента трещинообразования ($M_{crc}$ = 5,15 кН·м против 3,11–3,18 кН·м у вариантов 2–4) и предельного

момента ($M_{ult}$ = 9,65 кН·м против 8,51–8,59 кН·м). При этом ширина раскрытия трещин у варианта 1, наоборот, занижена ($a_{crc}$ = 0,0017 мм против 0,0018–0,0021 мм у вариантов 2–4), что является неконсервативным для расчёта по второй группе предельных состояний. Таким образом, нормативная диаграмма не может быть рекомендована для расчёта конструкций с анкерной фиброй без корректировки.

Варианты 2–4 построены на единой экспериментальной базе и аппроксимируют одну и ту же ниспадающую ветвь с разной степенью детализации. Их диаграммы «момент–кривизна» практически совпадают по форме, а интегральные параметры ($M_{ult}$ и $f$) различаются незначительно – в пределах двух процентов (таблица 2). Это объясняется тем, что все три варианта описывают одинаковую физическую картину деформирования, и увеличение числа характерных точек лишь уточняет локальные характеристики, почти не влияя на интегральные. Наиболее чувствительными к типу аппроксимации оказались момент трещинообразования $M_{crc}$ и ширина раскрытия трещин $a_{crc}$. Прогибы $f$ и предельный момент $M_{ult}$ менее чувствительны: их разброс не превышает 2%. Это связано с тем, что $M_{crc}$ определяется начальным участком диаграммы и пиковой прочностью, а параметр $a_{crc}$ – локальным напряжённо-деформированным состоянием в зоне трещины, которое сильнее зависит от формы ниспадающей ветви. Прогиб же получается интегрированием кривизны по длине элемента, и локальные погрешности аппроксимации в значительной степени сглаживаются [4, 8, 13].

При выборе оптимальной диаграммы использовались три критерия: минимальная погрешность по сравнению с экспериментом, достаточная простота для инженерного использования и возможность учёта основных факторов (тип фибры, класс бетона, процент армирования). С этих позиций:

Вариант 1 (СП°360.1325800.2017) отклонён, так как даёт завышенные значения $M_{crc}$ и $M_{ult}$ (на 62% и 12% соответственно относительно вариантов 2–4) и заниженную ширину раскрытия трещин, что недопустимо для расчёта трещиностойкости.

Вариант 2 (трёхлинейная диаграмма) отклонён, поскольку содержит лишь одну промежуточную точку на ниспадающей ветви (всего 4 точки), что недостаточно для достоверного описания нелинейного деформирования. Это приводит к завышению ширины раскрытия трещин ($a_{crc}$ = 0,0021 мм) по сравнению с вариантом 3 ($a_{crc}$ = 0,0018 мм).

Вариант 4 (восьмилинейная диаграмма) отклонён, несмотря на высокую точность, из-за необходимости задания девяти точек (8 линейных участков), что существенно усложняет расчёт и делает его неудобным для инженерной практики. При этом его результаты практически не отличаются от варианта 3: $M_{ult}$ отличается на 0,9%, $f$ – на 2,2%, $a_{crc}$ совпадает с вариантом 2 (0,0021 мм).

Вариант 3 (шестилинейная диаграмма) принят как оптимальный. Он содержит семь точек (шесть линейных участков), что обеспечивает достаточную детализацию ниспадающей ветви, даёт наименьшую ширину раскрытия трещин ($a_{crc}$ = 0,0018 мм) и практически совпадает с вариантом 4 по предельным моментам и прогибам (расхождение по $M_{ult}$ – 0,9%, по $f$ – 2,2%). Таким образом, вариант 3 обеспечивает наилучший компромисс между точностью и простотой реализации.

Полученные результаты качественно согласуются с классификацией HPFRC [11] и моделями fib Model Code [9], а также с экспериментальными данными [8, 10, 12, 13].

**Заключение**

На данном этапе исследования разработана и реализована в табличном процессоре Excel численная процедура расчёта на основе нелинейной деформационной модели для четырёх вариантов аппроксимации диаграммы растяжения фибробетона: нормативной трёхлинейной по СП°360.1325800.2017, уточнённой трёхлинейной, шестилинейной и восьмилинейной.

По результатам расчета выявлено, что варианты 2, 3 и 4 (трёхлинейная, шестилинейная и восьмилинейная диаграммы) дают практически совпадающие результаты по предельному моменту и прогибам. Расхождение между ними не превышает 2%. Наиболее чувствительными к типу аппроксимации оказались момент трещинообразования $M_{crc}$ и ширина раскрытия трещин $a_{crc}$. Шестилинейная диаграмма является оптимальным компромиссом между точностью и простотой реализации (7 точек, 6 линейных участков) и рекомендуется для внедрения в инженерную практику.

Выполнена верификация модели путём сопоставления расчётных значений с результатами исследований Nawar M.T. и соавторов [12].

На следующем этапе работы планируется выполнение расчёта в программном комплексе ANSYS с учетом опытной диаграммы деформирования сталефибробетона, что позволит дополнительно верифицировать разработанную методику на основе конечно-элементного моделирования и сравнить результаты с данными, полученными в табличном процессоре Excel.

**Литература**


1. Евдокимова Т.С. Напряженно-деформированное состояние и расчёт прочности кососжимаемых фиброжелезобетонных элементов: дис. ... канд. техн. наук. – СПб, 2017. – 150 с.
2. Карпенко, Н.И. Развитие диаграммного метода расчёта конструкций из сталефибробетона на основе методики построения диаграмм-изохрон / Н.И. Карпенко, Г.А. Моисеенко. Текст: непосредственный // БСТ: Бюллетень строительной техники. – 2023. – № 6 (1066). – С. 20–23.
3. Карпенко Н.И., Моисеенко Г.А. Свойства высокопрочного сталефибробетона с минимальным эффективным содержанием фибры при нагружениях различной длительности // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2022. – Т. 18, № 6. – С. 503–514.
4. Лама, Р. Исследование характеристик сталефибробетона при растяжении // Молодой ученый. – 2025. – № 21 (572). – С. 85-90.
5. Морозов, В.И. Расчёт изгибаемых сталежелезобетонных элементов по нелинейной деформационной модели с использованием опытных диаграмм деформирования сталефибробетона / В.И. Морозов, Э.К. Опбул. – Текст: непосредственный // Вестник гражданских инженеров. – 2016. – № 5 (58). – С. 51–55.
6. Мухамедиев, Т.А., Соколов, Б.С. Новое в нормировании сталефибробетона и расчетах сталефибробетонных конструкций // Строительные материалы. – 2017. – № 4. – С. 59-64.
7. Радайкин О.В., Шарафутдинов Л.А. Методика расчёта прочности, трещиностойкости и жесткости железобетонных балок, усиленных сталефибробетоном, на основе нелинейной деформационной модели // Вестник гражданских инженеров. – 2022. – № 5. – С. 37–53.
8. Conforti A., Zerbino R., Plizzari G. Assessing the influence of fibers on the flexural behavior of reinforced concrete beams with different longitudinal reinforcement ratios // Structural Concrete. – 2021. – Vol. 22, No. 1. – P. 347–360.
9. di Prisco M., Colombo M., Dozio D. Fibre-reinforced concrete in fib model code 2010: principles, models and test validation // Structural Concrete. – 2013. – Vol. 14, No. 4. – P. 342–361.
10. Lim T.Y., Paramasivam P., Lee S.L. Bending behavior of steel-fiber concrete beams // ACI Structural Journal. – 1987. – Vol. 84, No. 6. – P. 524–536.
11. Naaman A.E.T., Reinhardt H.W. Proposed classification of HPFRC composites based on their tensile response // Materials and Structures. – 2006. – Vol. 39, No. 5. – P. 547–555.
12. Nawar M.T., Eisa A.S., Elshazli M.T., Ibrahim Y.E., El-Zohairy A. Numerical Analysis of Rubberized Steel Fiber Reinforced Concrete Beams Subjected to Static and Blast Loadings // Infrastructures. – 2024. – Vol. 9, No. 3. – P. 52.
13. Shi K., Gao Z. Experimental and numerical study on flexural behavior of steel fiber reinforced high-strength concrete (SFRHC) beams // Scientific Reports. – 2025. – Vol. 15. – Article number 18338.


**Comparative analysis of tension stress-strain diagram approximation options in the calculation of crack resistance for steel-fiber reinforced concrete flexural members**


**Golubeva A.M., Khegai T.S.**

Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering (SPbGASU)



*JEL classification: C10, C50, C60, C61, C80, C87, C90*



The article considers a method for calculating the crack resistance of steel-fiber reinforced concrete flexural members – a composite material that combines a concrete matrix, bar reinforcement, and steel fibers. A calculation model implemented in the Excel spreadsheet software based on a non-linear deformation model with layered section discretization is proposed. For this model, a comparison of four options for approximating the tensile deformation diagram of fiber-reinforced concrete was performed: the standard three-linear diagram according to SP°360.1325800.2017, an updated three-linear diagram, a six-linear diagram, and an eight-linear diagram, all constructed on the basis of experimental data obtained in the laboratory of SPbGASU. The results are compared with the classical calculation using the ultimate strength method and with experimental data. It was found that options 2–4 yield close values for the ultimate moment and deflections, while the most sensitive parameters are the cracking moment and crack opening width. The six-linear diagram is recommended for engineering practice, as it provides an optimal combination of accuracy and simplicity of execution.



Keywords: steel-fiber reinforced concrete, composite material, crack resistance, non-linear deformation model, tensile diagram, bending elements, fiber reinforcement.


**References**


1. Evdokimova T.S. Stress-strain state and strength calculation of oblique-compressed fiber-reinforced concrete elements: dissertation ... Candidate of Technical Sciences. – St. Petersburg, 2017. – 150 p.
2. Karpenko, N.I. Development of the diagram method for calculating steel fiber concrete structures based on the methodology of constructing isochrone diagrams / N.I. Karpenko, G.A. Moiseenko. Text: direct // BST: Bulletin of Construction Equipment. – 2023. – No. 6 (1066). – P. 20–23.
3. Karpenko N.I., Moiseenko G.A. Properties of high-strength steel fiber concrete with minimal effective fiber content under loads of different duration // Structural Mechanics of Engineering Structures and Buildings. – 2022. – Vol. 18, No. 6. – P. 503–514.
4. Lama, R. Study of the characteristics of steel fiber concrete under tension // Young Scientist. – 2025. – No. 21 (572). – P. 85–90.
5. Morozov, V.I. Calculation of flexural steel-reinforced concrete elements using a nonlinear deformation model with experimental deformation diagrams of steel fiber concrete / V.I. Morozov, E.K. Opbul. – Text: direct // Bulletin of Civil Engineers. – 2016. – No. 5 (58). – P. 51–55.