Оценка латентной структуры издержек двусторонних торговых взаимодействий на основе обратной транспортной задачи

Федотов Павел Андреевич
аспирант, Российский экономический университет им. Г. В. Плеханова, paulafed@yandex.ru

В настоящей работе рассматривается задача структурного анализа двусторонних торговых взаимодействий по наблюдаемым ежегодным объёмам транспортных потоков. Исходная матрица торговли рассматривается как транспортный план с фиксированными экспортными и импортными частными распределениями. На основе задачи Канторовича с энтропийной регуляризацией формулируется обратная постановка: требуется оценить латентную структуру торговых издержек. В статье показано, что матрица издержек неидентифицируема с точностью до аддитивных компонент (экспортёра и импортёра), а также предложен метод решения данной неоднозначности путём специальной ортогональной проекции. После удаления эффекта экспортёра и эффекта импортёра полученный вектор двусторонних компонент структуры издержек сопоставляется с аналогичным вектором, рассчитанным по матрице издержек, восстановленной нейронной сетью. Содержательная состоятельность предложенной автором конструкции проверяется по её связи с географическим расстоянием между странами, наличием общей границы и общего официального языка, а также на примере введения дополнительных тарифов в торговле между США и Китаем в 2018-2019 гг.

Ключевые слова: обратная транспортная задача, двусторонняя торговля, латентные торговые издержки, международная торговля.

Введение

Наблюдаемый объём торговли между двумя странами зависит не только от особенностей их взаимодействия, но и от того, насколько одна страна в целом является крупным экспортёром, а другая — крупным импортёром. Поэтому возникает естественное желание отделить влияние масштабов торговли отдельных стран от непосредственной специфики торговых партнёров и их взаимоотношений.

В качестве исходного объекта исследования берётся нормированная матрица торговых потоков по каждому товару из наперёд заданного списка. Затем с использованием аппарата обратной задачи Канторовича с энтропийной регуляризацией из логарифмов наблюдаемых объёмов товарных потоков выделяется двусторонняя составляющая, очищенная от указанных эффектов импортёра и экспортёра. В конце рассматривается, насколько содержательно интерпретируется полученный результат, а также проверяется его устойчивость.

Основная часть

Для фиксированного товара в фиксированный год наблюдений матрицу наблюдаемых торговых потоков обозначим через $P = (p_{ij})$, где $p_{ij} \geq 0$ есть нормированный объём торгового потока данного товара из страны i в страну j. Нормировка означает, что $\sum_{ij} p_{ij} = 1$. Суммы

$$a_i = \sum_j p_{ij} \text{ и } b_j = \sum_i p_{ij}$$

определяют соответственно долю страны i в мировом экспорте рассматриваемого товара и долю страны j в его мировом импорте. В используемой панели представлены 100 товаров группы HS92 на уровне шести знаков за 2000-2022 гг., то есть 2300 товаро-лет. Содержательные расчёты производятся для 91 страны, а внутренняя торговля не рассматривается. При сопоставлении соседних лет сохраняются только те (упорядоченные) пары стран, для которых соответствующие торговые потоки строго положительны в оба года.

Для заданных частных распределений a и b множество допустимых транспортных планов состоит из неотрицательных матриц $Q = (q_{ij})$, суммы строк которых равны a_i, а суммы столбцов — b_j. Матрица $C = (c_{ij})$ описывает латентную структуру издержек модели [1]. Латентна она в той степени, в которой по имеющимся данным невозможно, по крайней мере, с высокой точностью восстановить реальные издержки торговых взаимодействий для всех возможных пар стран в контексте данного товара. В настоящей работе используется задача Канторовича с энтропийной регуляризацией [2]:

$$Q_C = \arg\min_{Q \in \Pi(a,b)} \left[\sum_{i,j} c_{ij} q_{ij} + \varepsilon \sum_{i,j} q_{ij} (\ln q_{ij} - 1)\right], \varepsilon > 0. \#(1)$$

В расчётах $\varepsilon = 0.15$. Для положительного решения этой задачи используется представление вида

$$\ln p_{ij} = \alpha_i + \beta_j - \frac{c_{ij}}{\varepsilon}, \quad (2)$$

где α_i зависит только от экспортёра, а β_j определяется только импортёром. Именно это соотношение доставляет возможность перейти к обратной постановке задачи. В прямой транспортной задаче известны частные распределения и матрица издержек, которая для каждой упорядоченной пары стран отражает её специфическую дороговизну торговли и напрямую не объясняется общим масштабом экспорта первой страны или масштабом импорта второй.

При этом матрица C не идентифицируется однозначно. Если к каждому c_{ij} прибавить величину u_i, зависящую только от экспортёра, и величину v_j, зависящую, в свою очередь, только от импортёра, то полученная матрица, оказывается, задаст тот же оптимальный план при фиксированных a и b. Действительно, для любого допустимого Q такая замена изменяет значение целевой функции на $u^t a + v^t b$, то есть на величину, не зависящую от распределения потоков между конкретными парами стран, а следовательно, из наблюдаемого плана нельзя однозначно восстановить величины всех элементов матрицы C, однако можно оценить ту их часть, которая остаётся после удаления «эффекта экспортёра» и «эффекта импортёра» [3].

Для фактически наблюдаемых (направленных) связей $E = \{(i,j): p_{ij} > 0\}$ строится матрица X_E, содержащая индикаторы экспортёров и импортёров. Тогда оператор

$$R_E = I - X_E X_E^+, \quad (3)$$

примени его к любому вектору соответствующей размерности, удаляет ту его часть, которая наилучшим образом представляется как сумма эффектов экспортёра и импортёра. В формуле (3) через X_E^+ обозначена псевдообратная матрица Мура-Пенроуза. Применение этого оператора к вектору логарифмов наблюдаемых потоков даёт

$$A_E = -R_E(\ln P_E) = R_E\left(\frac{C_E}{\varepsilon}\right), \quad (4)$$

где $P_E = (p_{ij})_{(i,j)\in E}$ и $C_E = (c_{ij})_{(i,j)\in E}$. Компоненты вектора A_E не следует трактовать непосредственно как наблюдаемые торговые издержки. Положительное значение означает что соответствующая связь является менее благоприятной

в контексте данной конкретной модели по сравнению с тем, что объясняется только лишь эффектом экспортёра и эффектом импортёра. Отрицательное значение, ясно, имеет обратный смысл. Величина компонента вектора A_E может отражать совместное действие географического расстояния, торговых ограничений и прочих факторов — важно понимать, что в данной задаче мы не можем идентифицировать эти источники и не стремимся к этому.

Наряду с аналитическим расчётом автор также использует нейросетевую реконструкцию матрицы C. Для каждой упорядоченной пары стран нейронная сеть получает пять числовых характеристик текущего товарогода, шестимерное представление экспортёра и аналогичное — импортёра. Два скрытых слоя по 32 нейрона формируют значение c_{ij} в интервале от 0 до 1. Нейронная сеть вовсе не обучается прогнозировать будущие торговые потоки — её цель состоит в подборе таких значений c_{ij}, что транспортный план, полученный путём решения прямой транспортной задачи Канторовича с энтропийной регуляризацией, насколько возможно меньше отличался от реально наблюдаемого. После обучения нейронной сети к восстановленной ею матрице издержек применяется тот же оператор R_E и после удаления эффекта экспортёра и эффекта импортёра полученный вектор сравнивается с аналогичным вектором, рассчитанным аналитически. Такое сопоставление разумно использовать в качестве дополнительной проверки.

Содержательная состоятельность предложенной автором конструкции проверяется по её связи с географическим расстоянием между странами, наличием общей границы и общего официального языка [4]. Чтобы не смешивать эти характеристики с различиями между самими странами, к объясняющим переменным применяется тот же оператор R_E. В 72 оценённых регрессиях (отличающихся по выбору конкретного товара и года) коэффициент при логарифме географического расстояния между странами оказался положительным во всех 72 случаях, коэффициент при индикаторе наличия общей границы — отрицательным во всех 72 случаях, а коэффициент при индикаторе наличия общего официального языка — отрицательным в 68 из 72 случаев. Данный результат скорее стоит трактовать следующим образом: после удаления эффекта экспортёра и эффекта импортёра полученная двусторонняя компонента систематически оказывалась связанной с фиксированными и репрезентативными характеристиками отношений между странами в ожидаемом нами направлении.

Таблица 1
Проверка связи двусторонней компоненты структуры издержек с постоянными признаками отношений между двумя конкретными странами

Фактор	Ожидаемое направление	Знак	Число случаев
Логарифм географического расстояния	Увеличение дороговизны торговли	+	72 из 72
Наличие общей границы	Уменьшение дороговизны торговли	–	72 из 72
Наличие общего официального языка	Уменьшение дороговизны торговли	–	68 из 72

Дополнительная внешняя проверка проводится на примере введения дополнительных тарифов в торговле между США и Китаем в 2018-2019 гг. В июле 2018 г. США ввели дополнительную пошлину 25% для 818 тарифных линий, в сумме охватывавших порядка 34 млрд. долл. США китайского импорта. В сентябре 2018 года для товаров, суммарный соответствующий объём торговли которыми составлял порядка 200 млрд. долл. США, была введена дополнительная ставка 10%, а в мае 2019 г. она была повышена до 25% [5, 6]. В текущем исследовании важна не политическая интерпретация этого эпизода, а наличие внешних изменений условий торговли для заранее определённого направления торговли из Китая в США. Для каждого товара k рассчитывается изменение той самой двусторонней компоненты (вектора A) между соседними годами:

$$\Delta A_{i,j,k,t} = A_{i,j,k,t+1} - A_{i,j,k,t}, \qquad (5)$$

после чего данное изменение для конкретной упорядоченной пары $(\text{Китай}, \text{США})$ сопоставляется с распределением аналогичных изменений всех остальных таких упорядоченных пар. Прежде всего, нас интересует переход от 2018 года к 2019 году — эта пара лет в данном случае здесь и фиксируется. Далее, опять-таки, для фиксированного товара k и для фиксированной пары $(\text{Китай}, \text{США})$, рассчитывается относительное положение указанного в формуле (5) изменения среди всех остальных упорядоченных пар рассматриваемых стран:

$$r_{k,t} = \frac{\#\{(i,j):\Delta A_{i,j,k,t} \le \Delta A_{\text{CHN}\to\text{USA},k,t}\}}{\#E_{k,t}}, \#(6)$$

Наконец,

$$\bar{r}_t = \frac{1}{92}\sum_{k=1}^{92} r_{k,t}\,. \qquad (7)$$

Наконец, рассчитывается величина

$$\tilde{r}_{2018} = \bar{r}_{2018} - \frac{1}{18}\sum_{t=2000}^{2017} \bar{r}_t\,. \qquad (8)$$

Для статистики $\tilde{r}_{2018}$ рассчитывается доверительный интервал уровня 0.95 методом «bootstrap» (выбор «из урны» с возвращением) товаров с 30 тысячами повторений. Также, чтобы исключить влияние изменения состава участников международной торговли на результат, статистика $\tilde{r}_{2018}$ дополнительно рассчитывается на фиксированном множестве тех стран, у которых данные о торговле наблюдаются во все годы рассматриваемого периода — для данной вариации данной статистики тем же способом строится доверительный интервал. Результаты расчётов представлены в таблице 2.

Таблица 2
Проверка устойчивости результата для направления из Китая в США в 2018-2019 гг.

Способ проверки	Аналитический расчёт	Нейросетевая реконструкция
Место среди 22 переходов от года к году	1-е	1-е
$\bar{r}_{2018}$ из формулы (7)	0.6358	0.7069
$\tilde{r}_{2018}$ из формулы (8)	$+0.2916$ $[0.1921, 0.3879]$	$+0.2310$ $[0.1573, 0.3025]$
$\tilde{r}_{2018}$, фиксированный состав связей, 2015-2019 гг.	$+0.2116$ $[0.1039, 0.3161]$	$+0.1814$ $[0.0986, 0.2642]$

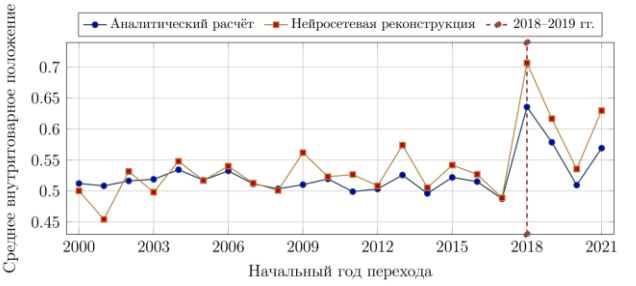


Рисунок 1 — Среднее потоварное положение изменения двусторонней компоненты для направления торговли из Китая в США на выборке из 92 товаров

Динамика статистики $\bar{r}_t$ отражена на рисунке 1. Вертикальная пунктирная линия подчёркивает переход от 2018 к 2019 году.

В качестве дополнительной проверки рассматривается случившееся в 2011 году наводнение в Таиланде. Оно затронуло целый ряд отраслей, включённых в международные производственные цепочки [7]. Для данного случая применялась та же логика межгодового сопоставления и сравнения с предшествующей динамикой, но вместо среднего потоварного ранга «двусторонней компоненты» сравнивались средние логарифмические изменения совокупного экспорта шести товаров релевантного отраслевого толка с остальными 94 товарами:

$$D_t = \overline{\Delta \ln X_{6,t}} - \overline{\Delta \ln X_{94,t}}\,. \qquad (9)$$

Товарные позиции HS92-6 следующие: 847330, 848180, 850440, 852810, 870829, 870899. Данные расчёта статистики D_t отражены на рисунке 2.



Рисунок 2 — Разность средних логарифмических изменений экспорта между шестью товарами отраслевого приближения и остальными 94 товарами выборки для Таиланда

В 2010-2011 гг. среднее логарифмическое изменение абсолютного экспорта указанной группы было на 0.1742 ниже, чем у остальных товаров. После учёта предшествующей разницы статистика

$$\tilde{D}_{2010} = D_{2010} - \frac{1}{10}\sum_{t=2000}^{2009} D_t \qquad (10)$$

составила -0.1820 с 95-процентным bootstrap-интервалом $[-0.3458, -0.0295]$. В 2011-2012 гг., наоборот, наблюдается обратное изменение до $+0.2495$ с интервалом $[0.1062, 0.4066]$.

Заключение

В настоящей статье на основе обратной транспортной задачи была выделена идентифицируемая двусторонняя компонента структуры торговых издержек, очищенная от эффектов общего масштаба экспорта и импорта стран. Полученная конструкция продемонстрировала свою содержательность как на постоянных структурных характеристиках, присущих парам стран, так и при проверке на внешних шоках, включая торговое противостояние США и Китая и наводнение в Таиланде. Это даёт основание использовать разработанный инструментарий в качестве инструмента дальнейшего анализа динамики и природы изменений международной торговли.

Литература

1. Богачёв В. И., Колесников А. В. Задача Монжа–Канторовича: достижения, связи и перспективы // Успехи математических наук. 2012. Т. 67, № 5. С. 3–110. DOI: 10.4213/rm9490.
2. Гасников А. В., Гасникова Е. В., Мендель М. А., Чепурченко К. В. Эволюционные выводы энтропийной модели расчёта матрицы корреспонденций // Математическое моделирование. 2016. Т. 28, № 4. С. 111–124.
3. Иванова А. С., Омельченко С. С., Котлярова Е. В., Матюхин В. В. Калибровка параметров модели расчёта матрицы корреспонденций для г. Москвы // Компьютерные исследования и моделирование. 2020. Т. 12, № 5. С. 961–978. DOI: 10.20537/2076-7633-2020-12-5-961-978.
4. Баева М. А., Казарян М. О., Лощенкова А. Н. Оценка влияния инвестиций в инфраструктуру на торговлю в странах ЕАЭС с помощью гравитационной модели // Вестник Пермского университета. Серия «Экономика». 2026. Т. 21, № 1. С. 21–41. DOI: 10.17072/1994-9960-2026-1-21-41.
5. Кучма Н. С. Торговая война между США и Китаем: реакция фондовых бирж на трансформацию внешнеполитической повестки // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Экономика. 2019. Т. 27, № 3. С. 415–428. DOI: 10.22363/2313-2329-2019-27-3-415-428.
6. Богаевская О. В., Борисова А. Р., Бунина А. А., Гудев П. А., Давыдов А. А., Десятски Е. А., Дмитриев С. С., Журавлева В. Ю., Кислицын С. В., Кириченко Э. В., Кулакова В. К., Мишин И. О., Чудинова К. О. Третий год Трампа в Белом доме: идейный раскол и международная конфликтность // Анализ и прогноз. Журнал ИМЭМО РАН. 2020. № 1. С. 23–50. DOI: 10.20542/afij-2020-1-23-50.
7. Мазитова М. Г. Участие России в глобальных производственных сетях: современные тенденции // Регионалистика. 2023. Т. 10, № 2. С. 78–83. DOI: 10.14530/reg.2023.2.78.

Estimation of the latent structure of bilateral trade costs using an inverse optimal transport problem

Fedotov P. A.

Russian University of Economics named after G. V. Plekhanov

JEL classification: C10, C50, C60, C61, C80, C87, C90

This paper considers the problem of structural analysis of bilateral trade interactions based on observed annual trade flows. The initial trade matrix is treated as a transport plan with fixed export and import marginal distributions. Based on the Kantorovich problem with entropic regularization, an inverse formulation is introduced in which the latent structure of trade costs is to be estimated.

The paper shows that the cost matrix is not identifiable up to additive exporter- and importer-specific components and proposes a method for resolving this ambiguity by means of a special orthogonal projection. After removing exporter and importer effects, the resulting vector of bilateral components of the cost structure is compared with an analogous vector calculated from the cost matrix reconstructed by a neural network. The substantive validity of the proposed construction is assessed through its relationship with geographical distance between countries, the presence of a common border and a common official language, as well as using the introduction of additional tariffs in trade between the United States and China in 2018–2019 as an example.

Keywords: inverse optimal transport, bilateral trade, latent trade costs, international trade.

References

1. Bogachev V. I., Kolesnikov A. V. The Monge–Kantorovich problem: achievements, connections, and prospects // Russian Mathematical Surveys. 2012. Vol. 67, No. 5. P. 785–890. DOI: 10.1070/RM2012v067n05ABEH004808.
2. Gasnikov A. V., Gasnikova E. V., Mendel M. A., Chepurchenko K. V. Evolutionary derivation of the entropy model for calculating the origin–destination matrix // Mathematical Models and Computer Simulations. 2016. Vol. 28, No. 4. P. 111–124.
3. Ivanova A. S., Omelchenko S. S., Kotlyarova E. V., Matyukhin V. V. Calibration of the parameters of the origin–destination matrix calculation model for Moscow // Computer Research and Modeling. 2020. Vol. 12, No. 5. P. 961–978. DOI: 10.20537/2076-7633-2020-12-5-961-978.
4. Baeva M. A., Kazaryan M. O., Loshchenkova A. N. Assessing the impact of infrastructure investment on trade in the EAEU countries using a gravity model // Perm University Herald. Economy. 2026. Vol. 21, No. 1. P. 21–41. DOI: 10.17072/1994-9960-2026-1-21-41.
5. Kuchma N. S. US – China trade war: reaction of stock exchanges to the transformation of the foreign policy agenda // RUDN Journal of Economics. 2019. Vol. 27, No. 3. P. 415–428. DOI: 10.22363/2313-2329-2019-27-3-415-428.
6. Bogaevskaya O. V., Borisova A. R., Bunina A. A., Gudev P. A., Davydov A. A., Desyatski E. A., Dmitriev S. S., Zhuravleva V. Yu., Kislitsyn S. V., Kirichenko E. V., Kulakova V. K., Mishin I. O., Chudinova K. O. Trump's third year in the White House: ideological divide and international conflict // Analysis and Forecasting. IMEMO Journal. 2020. No. 1. P. 23–50. DOI: 10.20542/afij-2020-1-23-50.
7. Mazitova M. G. Russia's participation in global production networks: current trends // Regionalistics. 2023. Vol. 10, No. 2. P. 78–83. DOI: 10.14530/reg.2023.2.78.